ANALISIS II 12/2/08 COLOQUIO TEMA 1

1. Sea $\vec{f}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial C^1 y $\mathcal{C}$ la curva parametrizada por: $\gamma(t) = (3.cost, 0, 3.sent)$ con $t \in [0,\pi]$. Sabiendo que $\int_{\mathcal{C}} \vec{f}.\vec{ds} = -36$ y que $rot(\vec{f}(x,y,z)) = (2z,-x,1)$, calcular la integral de línea de $\vec{f}$ a lo largo del eje x desde $(-3,0,0)$ hasta $(3,0,0)$.

2. Sean el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (2x-2, 2y, 2z)$ y S la superficie de potencial 5 del campo $\vec{f}$ que pasa por el $(1,2,1)$. Calcular el flujo de $\vec{f}$ a través de S.

3. Calcular la masa del cuerpo definido por: $\begin{cases} x \geq y^2 \\ x+z \leq 4 \\ z \geq 0 \end{cases}$, si la densidad en cada punto es proporcional al producto de las distancias a los planos xz e yz.

4. Sea el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (1, 2x, x.\varphi(x,z))$ siendo $\varphi(x,z)$ una función C^1. Calcular el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie de ecuación $y = 1-x^2$ con $z \leq 2-x^2-y^2$ en el primer octante. Indique en un gráfico la orientación del vector normal que ha elegido.

5. Hallar la curva plana que pasa por $(2,5)$ y satisface que en cada punto de coordenadas (x,y) la recta tangente se interseca con el eje x en un punto de abscisa $3x$.

ANALISIS II 12/2/08 COLOQUIO TEMA 2

1. Sea $\vec{f}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial C^1 y $\mathcal{C}$ la curva parametrizada por: $\gamma(t) = (0, 3.cost, 3.sent)$ con $t \in [0,\pi]$. Sabiendo que $\int_{\mathcal{C}} \vec{f}.\vec{ds} = -36$ y que $rot(\vec{f}(x,y,z)) = (-y,2z,1)$, calcular la integral de línea de $\vec{f}$ a lo largo del eje y desde $(0,-3,0)$ hasta $(0,3,0)$.

2. Sean el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (2x, 2y-2, 2z)$ y S la superficie de potencial 5 del campo $\vec{f}$ que pasa por el $(2,1,1)$. Calcular el flujo de $\vec{f}$ a través de S.

3. Calcular la masa del cuerpo definido por: $\begin{cases} y \geq x^2 \\ y+z \leq 4 \\ z \geq 0 \end{cases}$, si la densidad en cada punto es proporcional al producto de las distancias a los planos xz e yz.

4. Sea el campo vectorial $\vec{f}(x,y,z) = (2y, 1, y.\varphi(y,z))$ siendo $\varphi(y,z)$ una función C^1. Calcular el flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie de ecuación $x = 1-y^2$ con $z \leq 2-x^2-y^2$ en el primer octante. Indique en un gráfico la orientación del vector normal que ha elegido.

5. Hallar la curva plana que pasa por $(1,4)$ y satisface que en cada punto de coordenadas (x,y) la recta tangente se interseca con el eje y en un punto de ordenada $3y$.

ANALISIS II 19/2/08 COLOQUIO TEMA 1

1. Hallar el área de la porción de superficie $z = 3\sqrt{x^2 + y^2}$ con $x^2 + y^2 \leq 2y$.

2. Sea el campo vectorial $\vec{f}(x, y, z) = (P(y, z), Q(x, z), z)$ con $P(y, z)$ y $Q(x, z)$ pertenecientes a $\mathcal{C}^1$. Calcular el flujo de $\vec{f}$ a través del paraboloide de ecuación:$z = 9 - x^2 - y^2$ con $8 \leq z \leq 9$. Indicar en un gráfico la orientación del vector normal elegido.

3. Dada la curva C parametrizada por: $\beta(t) = (5(sent)^3, 5(cost)^3)$, con $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ y

   sea $\vec{f}(x, y, z) = ((y^2 + 1)e^x - 3y,\ 2y.e^x - 3x)$.

   Hallar la integral de línea de $\vec{f}$ sobre C.

4. Sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo C^1 con

   $rot(\vec{f}) = (-2zx + z.sen(y), z.cos(x), x^2 + y^2 + z^2)$. calcular el flujo dicho rotor sobre la semiesfera superior de radio 1 centrada en el origen orientada con normal de componente z positiva.

5. Hallar la familia de curvas ortogonales a la familia de parábolas de eje vertical con vértice en $(-2, 1)$. Graficar ambas familias.

ANALISIS II 19/2/08 COLOQUIO TEMA 2

1. Hallar el área de la porción de superficie $z = 4\sqrt{x^2 + y^2}$ con $x^2 + y^2 \leq 2x$.

2. Sea el campo vectorial $\vec{f}(x, y, z) = (P(y, z), Q(x, z), z)$ con $P(y, z)$ y $Q(x, z)$ pertenecientes a $\mathcal{C}^1$. Calcular el flujo de $\vec{f}$ a través del paraboloide de ecuación: $z = 4 - x^2 - y^2$ con $3 \leq z \leq 4$. Indicar en un gráfico la orientación del vector normal elegido.

3. Dada la curva C parametrizada por: $\beta(t) = (5(sent)^3, 5(cost)^3)$, con $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ y sea

   $\vec{f}(x, y, z) = (2x.e^y - 3y,\ (x^2 + 1)e^y - 3x)$.

   Hallar la integral de línea de $\vec{f}$ sobre C.

4. Sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un campo C^1 con

   $rot(\vec{f}) = (-2zx + z.cos(y), z.sen(x), x^2 + y^2 + z^2)$, calcular el flujo dicho rotor sobre la semiesfera superior de radio 1 centrada en el origen orientada con normal de componente z positiva.

5. Hallar la familia de curvas ortogonales a la familia de parábolas de eje vertical con vértice en $(2, -1)$. Graficar ambas familias.

ANALISIS II 26/2/08 COLOQUIO TEMA 1

1. Calcular el volumen del cuerpo definido por:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \geq 2x \\ y \leq x \end{cases} \quad \text{en el primer octante.}$$

2. Sea $f(x, y) = 2 - (x - 1)^2 - y^2$ una función, de manera que $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq f(x, y)$ define un cuerpo V en $\mathbb{R}^3$. Demostrar que el volumen del cuerpo V es la tercera parte del valor del flujo del vector posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$ a través de la superficie gráfica de $f(x, y)$ con $\sqrt{x^2 + y^2} \leq f(x, y)$. Indique en un gráfico el sentido del vector normal elegido.

3. Si $y = y(t)$ denota el número de habitantes de una población en función del tiempo, se denomina tasa de crecimiento de la población al cociente $\frac{y'}{y}$.
   1. Graficar $y(t)$ en el caso en que la tasa de crecimiento sea constante.
   2. Supongamos que una población tiene tasa de crecimiento constante. En un instante determinado t_0 la cantidad de individuos es de 1000 mientras que 6 meses después es de 1010 ¿Cuántos individuos habrá 10 años después del instante t_0 ?

4. Calcular la circulación del campo $F(x, y, z) = (zx, y, \frac{y^2}{2} + x)$ a lo largo de la curva frontera de la superficie $x^2 + y^2 = 2x$ con $0 \leq z \leq 16 - x^2$ en el primer octante. Indicar en un gráfico el sentido de circulación elegido.

5. Calcular el trabajo que realiza la fuerza $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x.sen(y.z), z.x^2cos(z.y), y.x^2cos(zy))$para mover una partícula a lo largo de la curva $\mathcal{C}$ intersección del cono $z = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$ con el plano $z = 16 - y$.

ANALISIS II 26/2/08 COLOQUIO TEMA 2

1. Calcular el volumen del cuerpo definido por:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + z^2 \geq 2x \\ z \leq x \end{cases} \quad \text{en el primer octante.}$$

2. Sea $f(x, y) = 2 - x^2 - (y - 1)^2$ una función, de manera que $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq f(x, y)$ define un cuerpo V en $\mathbb{R}^3$. Demostrar que el volumen del cuerpo V es la tercera parte del valor del flujo del vector posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$ a través de la superficie gráfica de $f(x, y)$ con $\sqrt{x^2 + y^2} \leq f(x, y)$. Indique en un gráfico el sentido del vector normal elegido.

3. Si $y = y(t)$ denota el número de habitantes de una población en función del tiempo, se denomina tasa de crecimiento de la población al cociente $\frac{y'}{y}$.
   1. Graficar $y(t)$ en el caso en que la tasa de crecimiento sea constante.
   2. Supongamos que una población tiene tasa de crecimiento constante. En un instante determinado t_0 la cantidad de individuos es de 1010 mientras que 6 meses después es de 1030 ¿Cuántos individuos habrá 11 años después del instante t_0?

4. Calcular la circulación del campo $F(x, y, z) = (zx, z, \frac{y^2}{2} + z)$ a lo largo de la curva frontera de la superficie $x^2 + y^2 = 2y$ con $0 \leq z \leq 16 - y^2$ en el primer octante. Indicar en un gráfico el sentido de circulación elegido.

5. Calcular el trabajo que realiza la fuerza $\mathbf{F}(x, y, z) = (-z.y^2.sen(z.x), 2y.cos(z.x), -x.y^2sen(z.x))$para mover una partícula a lo largo de la curva $\mathcal{C}$ intersección del cono $z = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$ con el plano $z = 16 - x$.

Coloquio 4/03/08-Tema 1

1. Calcular la integral de línea del campo $\vec{F}(x,y) = (2xy, x^2)$ desde $(1,0)$ hasta $(2,6)$ a lo largo de la curva $\mathcal{C}$ solución particular de la ecuación diferencial $y' - \frac{3y}{x} = 2$ que pasa por dichos puntos.

2. Calcular el flujo del campo $\vec{F}(x,y,z) = (0, 3sen(xz) + cos(z), y^2)$ a través del semielipsoide superior $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6, z \geq 0$ considerando la normal de componente z positiva.

3. Sea el campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = \vec{c} \times \vec{r}$, donde $\vec{c}$ es un vector constante y $\vec{r}$ es el vector posición. Demostrar que la circulación de $\vec{F}$ a lo largo de una curva cerrada simple y suave Γ es proporcional al flujo de $\vec{c}$ a través de toda superficie suave y orientable que tenga como borde a Γ.

4. Describa en coordenadas cartesianas la región en $\mathbb{R}^3$ definida en coordenadas cilíndricas por

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$$
$$0 \leq \rho \leq \tan\theta \sec\theta$$
$$0 \leq z \leq \rho^2$$

y calcule su volumen.

5. Hallar los extremos de $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ restringida a la curva dada por las ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1 \\ x + 2z = 3 \end{cases}$$

UBA – 1/7/08 Análisis II Coloquio – Tema 1

1. Sea $\overline{F} = \nabla f$, siendo $f(x,y,z) = 2x + y + z.g(x - y)$ con $g \in C^2$ en R .
   Calcular el flujo de $\overline{F}$ a través de la superficie definida por : $x + y = 4$ en el 1º octante, $0 \le z \le 8$.
   Indicar en un gráfico la orientación elegida para la superficie.

2. Sea $\delta = S_1 \cap S_2$ siendo
   $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 2$
   $S_2 : \sigma(\rho,\theta) = (\rho\cos\theta, \rho sen\theta, 2 - \rho)$ $\quad 0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \rho \le 2$
   Hallar los puntos de la curva δ que están más cerca del punto $P = (1,0,2)$.

3. Hallar la familia de trayectorias ortogonales a las curvas de nivel de la función $f(x,y) = 2x^2 + y^2$. Graficar la curva de nivel y la trayectoria ortogonal que pasa por $(1,1)$.

4. Calcular el área encerrada por la curva C definida por:
   $\overline{\alpha} : [-2,2] \to R^2$, $\overline{\alpha}(t) = (t^3 - 4t, t^2 - 4)$
   Sugerencia: Graficar C .

5. Sea ω el cuerpo limitado por la porción de superficie de ecuación $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ que se encuentra en el 1º octante, y los planos coordenados. Determinar los valores de $a, b \in R$ para los cuales el flujo de $\overline{F}(x,y,z) = (axz, bx^2, x^2 - 2)$ a través de la frontera de ω , con normal exterior, es igual a 2π .

UBA – 1/7/08 Análisis II Coloquio – Tema 2

1. Sea $\overline{F} = \nabla f$, siendo $f(x,y,z) = x + 3y + z.g(x - y)$ con $g \in C^2$ en R .
   Calcular el flujo de $\overline{F}$ a través de la superficie definida por : $x + y = 2$ en el 1º octante, $0 \le z \le 4$.
   Indicar en un gráfico la orientación elegida para la superficie.

2. Sea $\delta = S_1 \cap S_2$ siendo
   $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 8$
   $S_2 : \sigma(\rho,\theta) = (\rho\cos\theta, \rho sen\theta, 4 - \rho)$ $\quad 0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \rho \le 4$
   Hallar los puntos de la curva δ que están más cerca del punto $P = (2,0,1)$.

3. Hallar la familia de trayectorias ortogonales a las curvas de nivel de la función $f(x,y) = x^2 + 4y^2$. Graficar la curva de nivel y la trayectoria ortogonal que pasa por $(1,1)$.

4. Calcular el área encerrada por la curva C definida por:
   $\overline{\alpha} : [-2,2] \to R^2$, $\overline{\alpha}(t) = (t^2 - 4, -t^3 + 4t)$
   Sugerencia: Graficar C .

5. Sea ω el cuerpo limitado por la porción de superficie de ecuación $4x^2 + y^2 + z^2 = 1$ que se encuentra en el 1º octante, y los planos coordenados. Determinar los valores de $a, b \in R$ para los cuales el flujo de $\overline{F}(x,y,z) = (3ze^y, ax^2, bz^2 + 1)$ a través de la frontera de ω , con normal exterior, es igual a π .

1. Calcular el área de la porción de cono $x^2 + y^2 = 3z^2$, interior al cilindro parametrizado por $\sigma(u,v) = (2\cos u, 2 + 2 sen u, v)$ $\begin{cases} 0 \le u \le 2\pi \\ 0 \le v \le 10 \end{cases}$

2. Hallar y clasificar los extremos de la función $f(x,y) = \dfrac{x}{2} - y^2$ en la región $D = \{(x,y) \in R^2 / y = x; x^2 + 2y^2 \le 3\}$

3. Sean la curva $C : \gamma(t) = (\cos t, sent, sent)$ con $0 \le t \le 2\pi$, y el campo $\overline{F} \in C^1$ en R^3 tal que $rot\overline{F} = (z, 0, 1 - x)$. Calcular la circulación de $\overline{F}$ a lo largo de γ , orientada de manera que su vector tangente en $(01,1)$ tenga coordenada x negativa.
Sugerencia: Exprese C como intersección entre dos superficies.

4. Sea $\overline{F}(x,y,z) = (3xy^2, 3x^2 y, z^3)$ ¿Qué radio debe tener una esfera centrada en el origen para que el flujo de $\overline{F}$, hacia el exterior de dicha esfera, sea igual a 6 veces el volumen de la misma?

5. Sea γ la solución del problema de valor inicial $(x^3 + xy^2)dx + (x^2 y + y^3)dy = 0$, $y(1) = 0$.
Calcular la circulación del campo $\overline{f}(x,y) = (-y + 3x^2, x + y^2 sen^3 y)$ a lo largo de la curva γ entre los puntos $P_0 = (1,0)$ y $P_1 = (-1,0)$.

1. Calcular el área de la porción de cono $x^2 + y^2 = 2z^2$, interior al cilindro parametrizado por $\sigma(u,v) = (3 + 3\cos u, 3 sen u, v)$ $\begin{cases} 0 \le u \le 2\pi \\ 0 \le v \le 10 \end{cases}$

2. Hallar y clasificar los extremos de la función $f(x,y) = \dfrac{y}{2} - x^2$ en la región $D = \{(x,y) \in R^2 / y = x; 2x^2 + y^2 \le 3\}$

3. Sean la curva $C : \gamma(t) = (\cos t, sent, \cos t)$ con $0 \le t \le 2\pi$, y el campo $\overline{F} \in C^1$ en R^3 tal que $rot\overline{F} = (z, 0, 1 - y)$. Calcular la circulación de $\overline{F}$ a lo largo de γ orientada de manera que su vector tangente en $(1,0,1)$ tenga coordenada y positiva.
Sugerencia: Exprese C como intersección entre dos superficies.

4. Sea $\overline{F}(x,y,z) = (4xy^2, 4z^2 y, 4x^2 z)$ ¿Qué radio debe tener una esfera centrada en el origen para que el flujo de $\overline{F}$, hacia el exterior de dicha esfera, sea igual a 5 veces el volumen de la misma?

5. Sea γ la solución del problema de valor inicial $(x^3 + xy^2)dx + (x^2 y + y^3)dy = 0$, $y(0) = 1$.
Calcular la circulación del campo $\overline{f}(x,y) = (-y + x^2 sen^3 x, x + 3y^2)$ a lo largo de la curva γ entre los puntos $P_0 = (0,1)$ y $P_1 = (0,-1)$.

1. Hallar la curva solución de la ecuación $y'=\dfrac{x-y}{x}$ cuya recta tangente en $(1, y(1))$ es paralela a la recta de ecuación $y-2x=3$.

2. Calcular la masa de la porción de superficie cónica $z^2 = x^2 + y^2$ con $0 \le z \le 2$; $y \ge x$, siendo la densidad en cada punto proporcional a su distancia al plano xy.

3. Hallar el volumen del cuerpo K definido por $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \le 4 \\ x^2 + (y-1)^2 \le 1 \\ z \ge 0 \end{cases}$

4. Sea $\overline{F}(x,y,z) = (3, Q(x,y,z), R(x,y,z))$ un campo vectorial C^2 en R^3 tal que $rot\overline{F}(x,y,1) = (-y,x,3)$. Calcular la circulación del campo $\overline{F}$ a lo largo de la curva C parametrizada por $\gamma(t) = (\cos t, sent, 1)$, $0 \le t \le \pi$ de forma que la tangente en cada punto tenga coordenada x negativa.

5. Sea $\overline{f}(x,y,z) = (P(x,y,z), Q(x,y,z), h(z))$ un campo vectorial C^∞ en R^3 tal que $div\overline{f} = 2x^2 + 2y^2$ y $h(z) = h(-z)$.
Sea S la superficie dada por $x^2 + y^2 = 1$ con $-1 \le z \le 1$.
Calcular el flujo de $\overline{f}$ a través de S considerando la normal alejándose del eje z.

1. Hallar la curva solución de la ecuación $y'=\dfrac{2x-y}{x}$ cuya recta tangente en $(1, y(1))$ es paralela a la recta de ecuación $y+x=3$.

2. Calcular la masa de la porción de superficie cónica $4z^2 = x^2 + y^2$ con $0 \le z \le 1$; $y \ge x$, siendo la densidad en cada punto proporcional a su distancia al plano xy.

3. Hallar el volumen del cuerpo K definido por $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \le 16 \\ x^2 + (y-2)^2 \le 4 \\ z \ge 0 \end{cases}$

4. Sea $\overline{F}(x,y,z) = (2, Q(x,y,z), R(x,y,z))$ un campo vectorial C^2 en R^3 tal que $rot\overline{F}(x,y,3) = (-y,x,2)$. Calcular la circulación del campo $\overline{F}$ a lo largo de la curva C parametrizada por $\gamma(t) = (\cos t, sent, 3)$, $0 \le t \le \pi$ de forma que la tangente en cada punto tenga coordenada x negativa

5. Sea $\overline{f}(x,y,z) = (P(x,y,z), h(y), R(x,y,z)$ un campo vectorial C^∞ en R^3 tal que $div\overline{f} = 2x^2 + 2z^2$ y $h(y) = h(-y)$.
Sea S la superficie dada por $x^2 + z^2 = 1$ con $-1 \le y \le 1$.
Calcular el flujo de $\overline{f}$ a través de S considerando la normal alejándose del eje y.

1. Calcular la circulación del campo $\overline{f}(x,y)=(x,e^{(x-y)^2})$ a lo largo de la frontera de la región $D=\{(x,y)\in R^2/1\le x+y\le 4,-1\le x-y\le 1\}$

2. Dado el campo $\overline{f}(x,y)=(x,e^x-y)$, hallar la línea de campo que pasa por el punto (1,e).

3. Sea π el plano tangente a la superficie de ecuación $x^2+2y^2+z^2=4$ en el punto $(1,1,1)$. Hallar la circulación del campo $\overline{F}(x,y,z)=(x-y^2,y,yz-\frac{x^2}{4})$ a lo largo de la curva C dada por la intersección del plano π y los planos coordenados. Indique en un gráfico la orientación elegida para la curva C.

4. Hallar el flujo del campo $\overline{F}(x,y,z)=(x+e^z,sen(x.z)+y,yx+z)$ a través de la frontera del cuerpo $K=\{(x,y,z)\in R^3/z^2\ge x^2+y^2;\quad x^2+y^2+z^2\le 4;\quad z\ge 0\}$, considerando normal saliente.

5. Sea $f:R^2\to R\ \in C^\infty$ en R^2 y $A,B\in R^2$ tal que :
   i) f tiene extremo local en el punto A.
   ii) $T_2(x,y)=1+x-2y^2$ es el polinomio de Taylor de grado dos de f en el punto B.
   Calcular la circulación del campo $\overline{G}(x,y)=(f_{xx},f_{xy})$ a lo largo del segmento $\overline{AB}$ en el sentido de A hacia B

1. Calcular la circulación del campo $\overline{f}(x,y)=(e^{(x-y)^2},y)$ a lo largo de la frontera de la región $D=\{(x,y)\in R^2/1\le x+y\le 3,-1\le x-y\le 1\}$.

2. Dado el campo $\overline{f}(x,y)=(-x,e^x+y)$, hallar la línea de campo que pasa por el punto (1,-e).

3. Sea π el plano tangente a la superficie de ecuación $2x^2+y^2+z^2=4$ en el punto $(1,1,1)$. Hallar la circulación del campo $\overline{F}(x,y,z)=(x,y+x^2,\frac{y^2}{4}-xz)$ a lo largo de la curva C dada por la intersección del plano π y los planos coordenados. Indique en un gráfico la orientación elegida para la curva C.

4. Hallar el flujo del campo $\overline{F}(x,y,z)=(x+sen(zy),e^z+y,yx+z)$ a través de la frontera del cuerpo $K=\{(x,y,z)\in R^3/z^2\ge x^2+y^2;\quad x^2+y^2+z^2\le 8;\quad z\ge 0\}$, considerando normal saliente.

5. Sea $f:R^2\to R\ \in C^\infty$ en R^2 y $A,B\in R^2$ tal que :
   i) f tiene extremo local en el punto A.
   ii) $T_2(x,y)=1+2x+y^2$ es el polinomio de Taylor de grado dos de f en el punto B.
   Calcular la circulación del campo $\overline{G}(x,y)=(f_{xx},f_{xy})$ a lo largo del segmento $\overline{AB}$ en el sentido de A hacia B.

UBA – 12/8/08 **Análisis II** Coloquio – Tema 1

1. Sean $h: R \to R \in C^2$ en R y el campo $\overline{f}(x,y) = (y.h(x), 2x^2 - h(x))$ tal que $\overline{f}(0,1) = (0,0)$.
   Determinar $h(x)$ para que $\overline{f}$ admita función potencial.

2. Hallar $a > 0$ de manera que el flujo del campo $\overline{F}(x,y,z) = (3x + 2y, sen(z), -x^2 + 2z)$ a través de la frontera del cuerpo $K = \{(x,y,z) \in R^3 / x + y \geq a; 0 \leq z \leq 2a - \frac{2}{a}x^2; \quad y \leq a\}$ considerando la normal saliente, sea igual a 20.

3. Sea $g: R^2 \to R \in C^\infty$ en R^2 y sea $\overline{F}(x,y,z) = (1, g'_y(y,z), x - 2y + g'_z(y,z))$.
   Calcular la circulación del campo $\overline{F}$ a lo largo de la curva $C = \{(x,y,z) / x^2 - 4y^2 + z^2 = 0; \quad y = 1\}$ orientada de forma que el vector tangente en el punto $(0,1,2)$ tenga componente x negativa.

4. Hallar la masa de un alambre cuya forma coincide con la de la curva $C = \{(x,y,z) \in R^3 / x^2 + y^2 = 4; \quad z = x\}$ en el primer octante, siendo la densidad en cada punto proporcional al producto entre sus distancias a los planos $x = 0$ e $y = 0$.

5. Hallar los puntos de la curva $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ más cercanos al origen de coordenadas.

UBA – 12/8/08 **Análisis II** Coloquio – Tema 2

1. Sean $h: R \to R \in C^2$ en R y el campo $\overline{f}(x,y) = (2y^2 - h(y), xh(y))$ tal que $\overline{f}(1,0) = (0,0)$.
   Determinar $h(y)$ para que $\overline{f}$ admita función potencial.

2. Hallar $a > 0$ de manera que el flujo del campo $\overline{F}(x,y,z) = (3x, 3y + sen(z), -x^2 + 2y)$ a través de la frontera del cuerpo $K = \{(x,y,z) \in R^3 / x + y \geq a; \quad 0 \leq z \leq 2a - \frac{2}{a}y^2; \quad x \leq a\}$ considerando la normal saliente, sea igual a 24.

3. Sea $g: R^2 \to R \in C^\infty$ en R^2 y sea $\overline{F}(x,y,z) = (g'_x(x,z), 1, y - 2x + g'_z(x,z))$.
   Calcular la circulación del campo $\overline{F}$ a lo largo de la curva $C = \{(x,y,z) / -4x^2 + y^2 + z^2 = 0; \quad x = 1\}$ orientada de forma que el vector tangente en el punto $(1,0,2)$ tenga componente y negativa.

4. Hallar la masa de un alambre cuya forma coincide con la de la curva $C = \{(x,y,z) \in R^3 / x^2 + y^2 = 9; \quad z = y\}$ en el primer octante, siendo la densidad en cada punto proporcional al producto entre sus distancias a los planos $x = 0$ e $y = 0$.

5. Hallar los puntos de la curva $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ más cercanos al origen de coordenadas.

Coloquio 11/12/08-Tema 2

1.

a) Hallar una parametrización de la curva intersección entre las superficies

$$\begin{cases} z = 3y \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$

b) Hallar la circulación del campo $\overline{F} = (Q(y), 9, -2Q(y))$ a lo largo de la curva descripta en a) entre los puntos $P_1 = (1,1,3)$ y $P_2 = (1,-1,-3)$ si se sabe que el valor de $Q(y)$ sobre el segmento que une dichos puntos es 1.

2. Sea D la región en R^3, $D = \left\{ (x,y,z) / x^2 + y^2 \leq 4 \ , \ a(x+4) \leq z \leq 2 \right\}$ con $a \in R^-$.

Demostrar que el flujo del campo vectorial $\overline{f}(x,y,z) = (0,0,x^2 + y^2)$ sobre la tapa inferior de la región D es independiente del valor de a y calcular su valor indicando el sentido de la normal utilizada.

3. Hallar las curvas que satisfacen que en todo punto (x_0, y_0), su recta tangente corta al eje y en el punto $(0, \frac{y_0}{2})$.

4. Sea $R = \left\{ (x,y) / x^2 + y^2 \leq 16 \ , \ y \geq 2 \right\}$

Calcular el área de R integrando un campo vectorial conveniente a lo largo de su curva frontera.

5. Hallar el punto sobre la curva en R^2 definida por $(x + \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{2})^2 = 1$ que haga mínima la circulación del campo vectorial $\overline{f}(x,y) = (x,y)$ desde el origen hasta dicho punto.

Coloquio 18/12/08-Tema 1

1. Sea C la curva en R^3 parametrizada por $\alpha(t)=(t,t^2,2t^2)$ con $t\in[-5,5]$.
   a) Demostrar que la curva está contenida en un plano.
   b) Calcular la circulación del campo vectorial $\overline{f}(x,y,z)=(-y,x,e^{z^2})$ a lo largo de C.

2. Hallar $h>0$ de manera que el flujo del campo $\overline{f}(x,y,z)=(2x,2-3y+z,4z-x)$ a través de la frontera del cuerpo definido por: $1-h\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1+2h^2-x^2-y^2$ sea 4π, considerando la normal exterior.

3. Sea $D\subset R^2$ una región cerrada y acotada cuya frontera es la curva regular C.
   Dado el campo $\overline{f}(x,y)=(xy+x,Q(x))$ con $Q(x)\in C^1\ en\ R$, hallar $Q(x)$ de modo que:
   - la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de C, recorrida en sentido positivo, sea igual al triple del área de D .
   - $\overline{f}(1,3)=(4,0)$

4. Hallar la distancia del origen a la curva $C:\begin{cases}x^2+y^2=1\\ 2x-z=1\end{cases}$

5. Calcular la masa de la porción de superficie cónica $4z^2=x^2+y^2$ con $0\le z\le 1$; $x\le y$, sabiendo que la densidad en cada punto es proporcional a su distancia al plano xy.